

2

Die Quantenmechanik



Nach meinem Bachelor-Abschluss habe ich an der Universität Cambridge in Großbritannien ein Jahr Mathematik und Physik studiert. Cambridge ist nicht nur für seinen grünen Rasen und seinen grauen Himmel bekannt, sondern auch ein bedeutendes, historisch gewachsenes Zentrum der Bildung. Ich gehörte dem etwa fünfhundert Jahre alten St. John's College an. Besonders gern erinnere ich mich an ein vorzügliches Klavier in einem der Obergeschosse des Hauptgebäudes, einem der ältesten Teile des College. Zu den Stücken, die ich damals spielte, gehörte das *Fantasie-Improptu* von Frédéric Chopin. Der Hauptteil ist von einer anhaltenden Polyrythmik von vier Sechzehntelnoten gegen drei Achtelnoten durchzogen. Beide Hände spielen gleich lange Takte, doch in der Zeit, in der die rechte vier Töne zu spielen hat, kommen auf die linke nur drei. Dies verleiht der Komposition einen fließenden, ja ätherischen Klang.

Das *Fantasie-Improptu* ist ein wundervolles Stück. Zudem erinnert es an quantenmechanische Zusammenhänge. Das können wir anhand weniger grundlegender Begriffe einsehen. Wir brauchen gar nicht weit in die Tiefe zu gehen, denn uns interessiert nur, wie im Zusammenspiel dieser Begriffe etwas entsteht, das an Musik wie das *Fantasie-Improptu* erinnert.

Prinzipiell ist in der Quantenmechanik zunächst jede Bewegung möglich. Allerdings sind einige Arten der Bewegung bevorzugt. Sie heißen Quantenzustände und sind durch bestimmte Frequenzen charakterisiert. Die jeweilige Frequenz gibt an, wie oft sich ein periodischer Vorgang pro Sekunde wiederholt. In Chopins Fantasie-Impromptu folgen die Töne der rechten Hand mit einer höheren Frequenz aufeinander als die der linken. Die beiden Frequenzen stehen, wie eben gesagt, im Verhältnis vier zu drei. In Quantensystemen ist die periodisch schwingende Größe schwieriger zu veranschaulichen. Der Fachbegriff dafür lautet „Phase der Wellenfunktion“. Diese Phase kann man sich als den Sekundenzeiger einer Uhr veranschaulichen, der sich pro Sekunde einmal auf dem Zifferblatt einen Schritt weiter dreht. Die Phase der Wellenfunktion verhält sich ähnlich, nur ist ihre Frequenz weitaus höher. Die Geschwindigkeit bzw. die Frequenz dieses schnellen Kreislaufs ist ein Maß für die Energie des Systems.

Die möglichen Frequenzen einfacher Quantensysteme wie des Wasserstoffatoms stehen in einfachen Verhältnissen zueinander. Zum Beispiel könnte die Phase eines Quantenzustands neun volle Schwingungen ausführen, währenddessen die eines anderen nur viermal schwingt. Denken Sie an die Polyrhythmik des Fantasie-Impromptus, bei dem vier Sechzehntelnoten der einen Hand auf drei Achtelnoten der anderen kommen? Jedoch sind die Frequenzen in der Quantenmechanik viel, viel höher, sodass die Schwingungen entsprechend schneller erfolgen. So liegen zum Beispiel die Frequenzen im Wasserstoffatom in der Größenordnung von 10^{15} Schwingungen pro Sekunde. Das ist natürlich kein Vergleich zu den recht wenigen Tönen pro Sekunde beim Fantasie-Impromptu.

Allerdings liegt dessen Reiz weniger in seinem Rhythmus – zumindest dann nicht, wenn es von einem professionellen Pianisten vorgetragen wird. Seine Melodie fließt über einer melancholischen Bassstimme dahin, und die Töne gehen chromatisch irgendwie unbestimmt ineinander über. Gegenüber

dem geradezu ziellos dahinhuschenden Hauptthema verschieben sich die Harmonien allmählich. Die schnelle Polyrythmik bildet nur den Hintergrund bei dieser recht eingängigen Komposition von Chopin. Wieder können wir mit der Quantenmechanik vergleichen. Auf der untersten Ebene markieren ihre Quantenzustände mit bestimmten Frequenzen eine Art „Körnigkeit“. In größeren Maßstäben gesehen, verschwimmt diese quasi zu der schillernden und vielgestaltigen Welt, die uns umgibt. Die Quantenfrequenzen können in unserer Welt deutliche Zeichen hinterlassen. So hat das orangefarbene Licht der Straßenbeleuchtung eine bestimmte Frequenz, die mit einer gewissen „Polyrythmik“ in den Natriumatomen zusammenhängt und zu seiner Farbe führt.

Wir wollen uns in diesem Kapitel über die Quantenmechanik auf drei Aspekte konzentrieren: das Unbestimmtheitsprinzip, das Wasserstoffatom und die Photonen. Dabei werden wir der Energie in einer anderen, quantenmechanischen Formulierung begegnen, die eng mit der Frequenz zusammenhängt. Bei manchen Aspekten der Quantenmechanik, die mit der Frequenz zu tun haben, werden wir auf Parallelen zur Musik zurückkommen. Doch treffen wir schon im nächsten Abschnitt auf verschiedene Vorstellungen aus der Welt der Quantenmechanik, die sich nicht so leicht mit vertrauten Erscheinungen vergleichen lassen.

Das Unbestimmtheitsprinzip

Einer der Grundpfeiler der Quantenmechanik ist das Unbestimmtheitsprinzip. Es besagt im Wesentlichen, dass sich der Ort und der Impuls eines Teilchens nie gleichzeitig messen lassen. Ganz so einfach ist die Sache leider nicht – wir müssen das also etwas genauer ausführen.

Jede Messung des Ortes weist eine bestimmte Unbestimmtheit auf, die wir Δx (gesprochen: „Delta x“) nennen wollen. Misst

man die Länge eines Stücks Holz mit dem Zollstock, ist das Ergebnis meist bis auf etwa einen Millimeter richtig, zumindest, wenn man sich Mühe gibt. Man schreibt dafür $\Delta x \approx 1 \text{ mm}$ und sagt „Delta x (die Unbestimmtheit) beträgt ungefähr einen Millimeter“. Das ist überhaupt nicht kompliziert: Ein Tischlermeister sagt zu seinem Lehrling: „Hans, die Platte ist, bis auf einen Millimeter, zwei Meter lang.“ Der Meister will damit sagen, dass die Platte $x = 2 \text{ m}$ lang ist und dass die Unbestimmtheit dabei $\Delta x \approx 1 \text{ mm}$ beträgt.

Den Impuls kennen wir aus dem Alltag. Stöße zeigen besonders gut, worum es dabei geht. Zwei Kugeln, die zentral zusammenstoßen und danach ruhig liegen bleiben, hatten vor dem Stoß gleich große Impulse. Wenn dagegen eine der Kugeln nach dem Zusammenprall noch weiter rollt, waren die Impulse unterschiedlich groß. Der Impuls p ist das Produkt aus der Masse m und der Geschwindigkeit v des betreffenden Körpers: $p = mv$. Die Einzelheiten sollen uns im Moment aber gar nicht interessieren. Wichtig ist, dass der Impuls gemessen werden kann und dass auch dieser Messwert eine Unbestimmtheit aufweist, die wir Δp nennen wollen.

Das Unbestimmtheitsprinzip besagt, dass $\Delta p \cdot \Delta x \geq h/4\pi$ ist. In dieser Ungleichung ist h das sogenannte Planck'sche Wirkungsquantum und $\pi = 3,14159\dots$ das bekannte Verhältnis des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser. In Worten lautet die Formel: „Delta p mal Delta x ist größer als oder gleich h durch 4π .“ Man könnte auch sagen: „Das Produkt der Unbestimmtheiten des Impulses und des Orts eines Teilchens ist nie kleiner als der Quotient aus dem Planck'schen Wirkungsquantum und 4π .“ Nun wissen wir, weshalb die Formulierung des Unbestimmtheitsprinzips zu Beginn des Abschnitts zu stark vereinfacht war. Man kann den Ort und den Impuls sehr wohl gleichzeitig messen. Doch nie wird das Produkt der Unbestimmtheiten beider Größen den Wert $h/4\pi$ unterschreiten.

Wir wollen eine Anwendung des Unbestimmtheitsprinzips betrachten: Ein Teilchen ist in einer Teilchenfalle der Größe Δx eingefangen, befindet sich also irgendwo in diesem Bereich. Dann kennen wir seinen Ort mit der Unbestimmtheit Δx . Das Unbestimmtheitsprinzip besagt nun, dass auch der Impuls p dieses Teilchens nur mit einer gewissen Unbestimmtheit Δp bekannt sein kann. Diese muss mindestens so groß sein, dass die Ungleichung $\Delta p \cdot \Delta x \geq h/4\pi$ erfüllt ist. Im folgenden Abschnitt werden wir sehen, welche Auswirkungen das bei Atomen hat. Leider lassen sich hierfür kaum Beispiele aus dem Alltag finden. Das Planck'sche Wirkungsquantum ist nämlich so klein, dass typische Unbestimmtheiten Δx weitaus kleiner sind als Gegenstände, die man sehen oder in der Hand halten kann. Auf das Planck'sche Wirkungsquantum und seinen Zahlenwert werden wir im Zusammenhang mit Photonen zurückkommen.

Meist wird das Unbestimmtheitsprinzip anhand von Impuls- und Ortsmessungen dargestellt. Allerdings kann man es auch grundsätzlicher formulieren. Ort und Impuls sind in der Quantenmechanik nämlich keine einfachen Zahlen, sondern kompliziertere Größen, sogenannte Operatoren, die anderen Rechenregeln als Zahlen unterliegen. Ohne auf die Einzelheiten einzugehen, halten wir fest: Das Unbestimmtheitsprinzip ist eine Folge des Unterschieds zwischen Zahlen und Operatoren. Die Größe Δx oder Δp ist nicht nur die Unbestimmtheit einer Messung, die vielleicht auch von mangelnder Sorgfalt herrührt. Sie ist vielmehr die Unbestimmtheit des Orts bzw. des Impulses eines Teilchens an sich, die sich prinzipiell nicht unterschreiten lässt. Bei der Unbestimmtheit geht es also nicht etwa darum, dass wir den Wert einer Größe nicht genauer ermitteln können, sondern darum, dass dieser Wert an sich nicht genauer bestimmt ist. Die subatomare Welt hat somit eine ganz fundamentale Unschärfe.

Das Atom

In einem Atom umrunden Elektronen den Atomkern. Dass der Atomkern aus Protonen und Neutronen besteht, hatten wir bereits erwähnt. Das einfachste Atom ist das Wasserstoffatom (Abbildung 1). Sein Kern ist nur ein Proton, um das sich auch nur ein Elektron bewegt. Ein Atom hat eine Größe von ungefähr 10^{-10} m bzw. einem Ångström (Å). Ein Atomkern ist rund hunderttausend mal kleiner als ein Atom. Mit der Aussage, dass ein Atom einen Durchmesser von etwa einem Ångström hat, ist gemeint, dass sich das Elektron nur selten weiter als bis zur Hälfte dieses Durchmessers vom Atomkern entfernt. Der Ort des Elektrons hat daher eine Unbestimmtheit Δx von etwa einem Ångström. Angenommen, man könnte den Ort des Elektrons in irgendeinem Moment kennen; selbst dann ließe sich schon

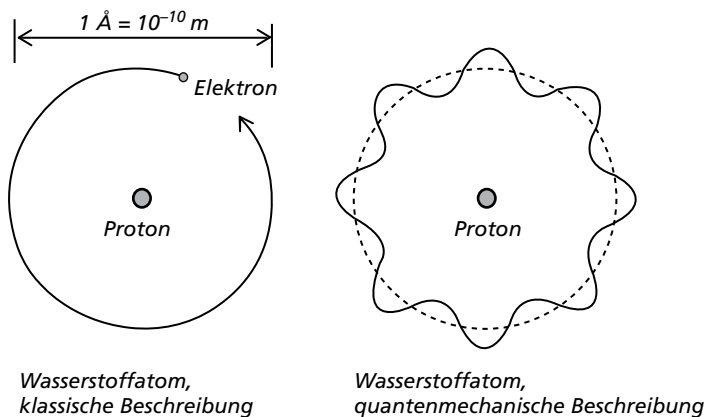


Abbildung 1 Links: Das klassische Bild des Wasserstoffatoms, in dem ein Elektron das Proton umläuft. Rechts: Das quantenmechanische Bild, in dem sich das Elektron nicht auf einer festen Umlaufbahn bewegt, sondern als stehende Welle darstellt. Dabei befindet es sich an keinem bestimmten Ort, hat aber eine bestimmte Energie.

kurze Zeit später überhaupt nicht mehr sagen, auf welcher Seite des Atomkerns es nun gerade ist. Aus dem Unbestimmtheitsprinzip folgt ja wegen $\Delta p \cdot \Delta x \geq h/4\pi$, dass der Impuls eine Unbestimmtheit Δp aufweist. Das Elektron hat zwar im Wasserstoffatom eine bestimmte Durchschnittsgeschwindigkeit von etwa einem Hundertstel der Lichtgeschwindigkeit; die Richtung, in der es sich bewegt, ändert sich aber wegen der Kreisbewegung von einem Augenblick zum nächsten und ist daher grundsätzlich nicht bekannt. Da die Richtung des Impulses unbestimmt ist, ist die Unbestimmtheit des Impulses im Wesentlichen genauso groß wie er selbst. So ergibt sich folgendes Bild: Das Elektron wird infolge der elektrostatischen Anziehungskraft vom Atomkern gefangen gehalten. Die Gesetze der Quantenmechanik lassen es dabei nicht zu, dass es in seinem „Gefängnis“ zur Ruhe kommt, sodass es darin unablässig umherfliegt. Dieses beständige Umherfliegen gibt dem Atom seine Größe. Könnte das Elektron stillstehen, müsste es dies im Innern des Kerns tun, von dem es ja angezogen wird. Die gesamte Materie würde dann auf die Dichte des Atomkerns kollabieren – eine sehr ungemütliche Idee! Zum Glück verhindert die Quantenmechanik dies, indem sie die Elektronen im Atom ständig in Bewegung hält.

Der Ort und der Impuls des Elektrons im Wasserstoffatom sind also mit einer Unbestimmtheit behaftet. Dafür hat das Elektron aber eine bestimmte Energie, ja, es kann sogar unterschiedliche bestimmte Energiewerte annehmen. Der Physiker sagt: „Die Energie des Elektrons ist quantisiert.“ Damit ist gemeint, dass das Elektron immer nur einen unter einer Reihe möglicher Energiewerte annehmen kann. Um diesen scheinbar seltsamen Sachverhalt richtig einordnen zu können, kommen wir auf die kinetische Energie zurück. Als anschauliches Beispiel wenden wir die Gleichung $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$ auf ein Auto an. Wenn wir mehr oder weniger stark aufs Gaspedal treten, kann das Auto irgendeine (technisch mögliche) Energie E , also eine entsprechende Geschwindigkeit v annehmen. Wäre die Energie des Autos quantisiert, so wäre

das nicht möglich. Man könnte dann vielleicht mit 10, 15 oder 25 km/h fahren, aber nicht mit 11, 12 oder 12,8 km/h.

Auch bei den quantisierten Energieniveaus des Elektrons im Wasserstoffatom finden wir eine Parallele zur Musik. Wir erinnern uns an die Polyrhythmik des Fantasie-Impromptus. Jeder der beiden gleichmäßigen Rhythmen hat seine eigene Frequenz. Genauso entspricht jedes quantisierte Energieniveau im Wasserstoffatom einer anderen Frequenz. Ein Elektron kann eines dieser Energieniveaus und damit eine dieser Frequenzen annehmen. Das ist etwa so, wie wenn ein Metronom mit einem einzigen, gleichmäßigen Rhythmus schlägt. Allerdings kann ein Elektron auch teilweise in einem Energieniveau und teilweise in einem anderen sein. Man spricht dann von Superposition (wörtlich: Überlagerung). Das Fantasie-Impromptu enthält eine Art Superposition zweier verschiedener Rhythmen, wovon den einen die rechte und den anderen die linke Hand spielt.

Die Quantenmechanik verlangt also, dass Elektronen im Atom unbestimmte Orte und Impulse, aber quantisierte Energien haben. Ist das nicht seltsam, dass die Energien bestimmte feste Werte haben, während Ort und Impuls nicht festzulegen sind? Ein weiterer Ausflug in das Gebiet der Musik zeigt, wie das möglich ist. Wenn eine Klaviersaite angeschlagen wird, schwingt sie mit einer bestimmten Frequenz bzw. Tonhöhe. So schwingt der Kammerton a^1 (auf dem Klavier in der mittleren Oktave) 440-mal pro Sekunde. In der Physik werden Frequenzen häufig in Hertz (Abkürzung Hz) angegeben. Ein Hertz ist eine Schwingung pro Sekunde. Der Kammerton a^1 hat also eine Frequenz von 440 Hz. Sie ist damit rund 40-mal so hoch wie die des Rhythmus im Fantasie-Impromptu mit knapp einem Dutzend Tönen pro Sekunde. Doch selbst die Frequenz des Kammertons a^1 ist noch um viele Zehnerpotenzen geringer als die des Elektrons im Wasserstoffatom.

Tatsächlich ist die Bewegung der Saite übrigens wesentlich komplizierter, denn sie beschränkt sich nicht auf eine einzige

Schwingung. Zum Grundton gesellen sich noch Obertöne mit höheren Frequenzen, die dem Klavier seinen eigenen Klang verleihen. Auch diese Obertöne haben eine Parallele bei der quantenmechanisch zu beschreibenden Bewegung des Elektrons im Wasserstoffatom: Die niedrigste Energie dieses Elektrons können wir mit der Grundfrequenz 440 Hz der Klaviersaite beim Kammerton a^1 vergleichen. Vereinfacht gesagt, hat das Elektron im Zustand mit der niedrigsten Energie eine Frequenz von $3 \cdot 10^{15}$ Hertz. Die anderen Energien, die das Elektron annehmen kann, entsprechen bei diesem Vergleich den Obertönen der Klaviersaite.

Wenn die einzelnen Punkte der angeschlagenen Klaviersaite koordiniert schwingen, bilden sich auf der Saite Wellen aus. Sowohl bei der Klaviersaite als auch beim Elektron im Wasserstoffatom sind dies stehende Wellen, d. h. Wellen, die sich nicht ausbreiten. Da die Klaviersaite an beiden Enden eingespannt ist, sind die Wellen auf die Saitenlänge beschränkt. Die quantenmechanisch beschriebene Bewegung eines Elektrons im Wasserstoffatom ist auf einen weitaus kleineren Raum, nämlich auf den Atomdurchmesser von etwa einem Ångström beschränkt. Der mathematischen Formulierung der Quantenmechanik liegt die Vorstellung zugrunde, die Bewegung des Elektrons als Welle zu behandeln. Hat diese Welle eine bestimmte Frequenz, dann hat das Elektron eine bestimmte Energie. Der Ort des Elektrons hat dagegen keinen bestimmten Wert, denn die Welle, mit der es beschrieben wird, ist ja überall im Atom gleichzeitig vorhanden. Analog dazu kann man prinzipiell nicht angeben, an welcher Stelle der Klaviersaite die Welle jetzt ist, denn sie erfasst die ganze Saite gleichzeitig. Beim Atom weiß man lediglich, dass sich das Elektron fast immer weniger als ein halbes Ångström vom Atomkern entfernt aufhält.

Die Tatsache, dass Elektronen durch Wellen beschrieben werden, wirft die Frage auf: „Wellen wovon?“ Das ist nicht ganz leicht zu sagen. Pragmatiker meinen, dass das offenbar keine Rolle spielt.

In einer anderen Auffassung schwingt ein „Elektronenfeld“, das die Raumzeit durchdringt. Elektronen wären dann Anregungen dieses Elektronenfelds. Dieses ließe sich mit der Klaviersaite vergleichen und die Elektronen mit ihren stehenden Wellen.

Wellen sind keineswegs immer auf einen engen Raum, etwa auf das Innere eines Atoms, beschränkt. Im Meer können sie sich über viele Kilometer ausbreiten, bevor sie sich an der Küste brechen. Neben den soeben betrachteten stehenden Wellen gibt es in der Quantenmechanik auch fortschreitende Wellen, zum Beispiel Photonen. Bevor wir auf diese zu sprechen kommen, müssen wir einen physikalischen Aspekt behandeln, den wir später benötigen werden. Im Zusammenhang mit der Frequenz des Elektrons im Wasserstoffatom hatten wir von einer Vereinfachung gesprochen. Wir wollen sehen, was damit gemeint war. Dazu benötigen wir eine weitere Gleichung, nämlich $E = h\nu$. Darin ist E die Energie, ν die Frequenz und h das Planck'sche Wirkungsquantum, das wir beim Unbestimmtheitsprinzip eingeführt hatten. Ist das nicht eine faszinierende Formel? Die Frequenz erlaubt eine ganz einfache Angabe der Energie! Dabei fällt allerdings ein Problem auf. Es gibt ja verschiedene Energieformen. Das Elektron hat Ruheenergie, kinetische Energie und Bindungsenergie, also die Energiemenge, mit der es vom Proton weggerissen werden kann. Welche dieser Energien muss man in die Formel $E = h\nu$ einsetzen? Der oben angegebene Wert von $3 \cdot 10^{15}$ Hz beim Elektron im Wasserstoffatom umfasst die Summe der kinetischen Energie und der Bindungsenergie, aber nicht die Ruheenergie. Ebenso gut hätten wir aber auch sie hinzurechnen können. Demnach ist die Frequenz in der Quantenmechanik womöglich gar nicht eindeutig? Ein schrecklicher Gedanke!

Zum Glück lässt sich das Problem lösen. Wir betrachten, was geschieht, wenn ein Elektron von einem Energieniveau auf ein anderes springt. Geht es dabei auf ein Niveau mit niedriger Energie über, dann gibt es die überschüssige Energie ab, indem es ein Photon aussendet. Dessen Energie ist die Differenz zwischen

den Energien des Elektrons vor bzw. nach dem Sprung. Da es nur auf die Energiedifferenz zwischen den beiden Niveaus, also vor und nach dem Sprung, ankommt, spielt es überhaupt keine Rolle, ob man die Ruheenergie hinzurechnet oder nicht. Also setzt man E in der Formel $E = h\nu$ gleich der Energie des Photons und erhält so einen eindeutigen Wert für seine Frequenz ν . Jetzt müssen wir nur noch klären, was genau die Frequenz eines Photons ist.

Photonen

Eine Frage hat die Physiker über Jahrhunderte immer wieder bewegt: Ist ein Lichtstrahl ein Teilchen oder eine Welle? Die Quantenmechanik hat hierauf eine ziemlich verblüffende Antwort gegeben: Er ist beides!

Wir betrachten zunächst die Welleneigenschaften von Licht. Dazu stellen wir uns ein Elektron vor, das in einen Laserstrahl gebracht wird. Ein Laserstrahl ist ein starker, gleichmäßiger und kohärenter Lichtstrahl. Wenn das Elektron in den Strahl eintritt, wird es von diesem mit einer bestimmten Frequenz fortwährend hin und her „geschüttelt“. Diese Frequenz ist nun diejenige, die in die Gleichung $E = h\nu$ einzusetzen ist. Sichtbares Licht hat Frequenzen von etwas unter 10^{15} Hertz.

Sie können sich das Elektron im Laserstrahl nicht recht vorstellen? Es gibt hier sogar ein Beispiel aus dem Alltag. Radiowellen unterscheiden sich prinzipiell nicht von Lichtwellen. Der einzige Unterschied sind ihre wesentlich niedrigeren Frequenzen, die bei UKW-Radiowellen ungefähr 10^8 Hz betragen. Der Berliner Sender Deutschlandradio Kultur wird mit 89,6 Megahertz ausgestrahlt. Ein Megahertz sind 10^6 Hz, also arbeitet der Sender mit der Frequenz $89,6 \cdot 10^6$ Hz. Die Antennen von UKW-Radios sind so konstruiert, dass die Elektronen in ihnen ungefähr mit solchen Frequenzen schwingen können. Die genaue Schwingungsfrequenz wird dann beim Abstimmen eingestellt, wenn

man den Sender wählt. Ähnlich wie die Elektronen im Laserstrahl werden die Elektronen in der Antenne von der Radiowelle, die das Radio umflutet, hin und her gerissen.

Eine Boje im Meer zeigt ein ähnliches Verhalten. In der Regel sind solche Bojen über eine Kette mit einem Anker am Meeresboden verbunden, damit sie nicht von der Strömung fortgetragen werden. Den Wellen folgend, steigt und sinkt die Boje abwechselnd an der Wasseroberfläche, wobei sie von Winden und Strömungen allmählich weggetrieben wird. Wieder erkennen wir eine Analogie: Auch das Elektron wird schließlich in Richtung des Laserstrahls weggezogen, es sei denn, es wird – wie die Boje am Anker – daran gehindert.

Licht zeigt also offenbar Welleneigenschaften. Wann aber verhält es sich wie ein Teilchen? Eine bekannte Erscheinung, die dafür spricht, dass Licht tatsächlich aus Photonen („Lichtteilchen“) mit der Energie $E = h\nu$ besteht, ist der fotoelektrische Effekt. Er funktioniert wie folgt. Ein Stück Metall wird mit Licht bestrahlt, wobei Elektronen aus dem Metall herausgeschlagen werden können. Mit einem sinnreichen Experimentieraufbau kann man diese Elektronen nachweisen und sogar ihre Energie messen. Die Messergebnisse legen folgende Erklärung nahe: Das Licht, das aus vielen Photonen besteht, übt auf das Metall eine Vielzahl kleiner Stöße aus. Bei jedem Stoß trifft ein Photon auf ein Elektron im Metall. Hat eines der Photonen genug Energie, kann es das Elektron ganz aus dem Metall heraus schlagen. Nach der Gleichung $E = h\nu$ ist eine höhere Energie gleichbedeutend mit einer höheren Frequenz. Man weiß, dass die Frequenz von blauem Licht etwa 35 Prozent über der von rotem liegt. Ein blaues Photon hat also 35 Prozent mehr Energie als ein rotes. Beim fotoelektrischen Effekt an Natrium zeigt sich, dass die Energie roter Photonen nicht ausreicht, um Elektronen aus dem Natrium herauszuschlagen. Dabei kann man das rote Licht so hell machen, wie man will, es werden einfach keine Elektronen herausgeschlagen. Doch blaue Photonen mit ihrer höheren Energie sind sehr wohl in der Lage,

Elektronen aus dem Natrium freizusetzen. Dabei genügt sogar schon ganz schwaches blaues Licht! Ob Elektronen aus dem Metall herausgeschlagen werden, hängt also nicht davon ab, wie hell das Licht ist, also wie viele Photonen pro Sekunde auf das Metall auftreffen. Entscheidend ist dagegen die Farbe bzw. die Frequenz, die die Energie jedes Photons bestimmt.

Damit Licht Elektronen aus Natrium herausschlagen kann, muss es mindestens eine Frequenz von $5,6 \cdot 10^{14}$ Hz haben, was grünem Licht entspricht. Nach der Gleichung $E = h\nu$ beträgt die entsprechende Energie 2,3 Elektronenvolt. Die Energieeinheit Elektronenvolt (eV) ist gleich der Energiemenge, die ein einzelnes Elektron erlangt, wenn es mit einer Spannung von einem Volt beschleunigt wird. Damit ist der Zahlenwert des Planck'schen Wirkungsquantums gleich dem Quotienten aus 2,3 eV und $5,6 \cdot 10^{14}$ Hz, also gleich $4,1 \cdot 10^{-15}$ eV \cdot s, da $1 \text{ Hz} = 1/(1 \text{ s})$ ist.

Wir fassen zusammen: In vielen Fällen verhält sich Licht wie Wellen, in anderen aber wie Teilchen. Man spricht deshalb von Welle-Teilchen-Dualismus oder -Dualität. Der Quantenmechanik zufolge beschränkt sich dieser Welle-Teilchen-Dualismus nicht auf Licht.

Kehren wir noch einmal kurz zum Wasserstoffatom zurück. Im vorigen Abschnitt hatten wir gesehen, dass man sich seine quantisierten Energieniveaus als stehende Wellen mit bestimmten Frequenzen vorstellen kann. Dies ist schon ein Beispiel dafür, dass sich Elektronen wie Wellen verhalten können. Allerdings hatten wir die Frage zunächst zurückgestellt, was die Frequenz hier bedeutet. Später hatten wir die Gleichung $E = h\nu$ eingeführt, waren aber die Antwort auf die Frage schuldig geblieben, ob die Ruheenergie zur Energie E hinzuzurechnen ist oder nicht. Bei Photonen gibt es diese Schwierigkeit nicht, denn ihre Frequenz können wir an der Farbe erkennen. Wenn ein Elektron von einem Energieniveau auf ein tieferes springt und dabei ein Photon aussendet, kann man also anhand seiner Frequenz ein-

deutig sagen, wie groß die Energiedifferenz zwischen beiden Energieniveaus ist.

Inzwischen sollten Sie ein Gefühl dafür haben, was Photonen sind. Ein tieferes Verständnis stößt allerdings auf Schwierigkeiten, die mit dem Konzept der Eichsymmetrie zusammenhängen, das wir im fünften Kapitel betrachten werden. Hier wollen wir abschließend betrachten, inwiefern Photonen ein Bindeglied zwischen den Gedankenwelten der Speziellen Relativitätstheorie und der Quantenmechanik bilden.

Die Spezielle Relativitätstheorie beruht auf dem Postulat, dass sich Licht im Vakuum stets mit derselben Geschwindigkeit von 299 792 458 Metern pro Sekunde ausbreitet. Nichts kann sich schneller bewegen. Wohl jedem, der darüber nachdenkt, kommen früher oder später Zweifel: Was würde wohl geschehen, wenn Münchhausen auf seiner Kanonenkugel auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigt würde und dann mit einer Pistole in Flugrichtung schießen würde? Müsste die Pistolenkugel dann nicht schneller als mit Lichtgeschwindigkeit fliegen?

Leider wird bei dieser Argumentation die Zeitdilatation außer Acht gelassen. Erinnern Sie sich, dass die Zeit für Elementarteilchen in modernen Teilchenbeschleunigern 1000-mal langsamer abläuft als für einen ruhenden Beobachter? Das rührt daher, dass sich diese Teilchen fast mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Würde Münchhausen mit seiner Pistole nicht nur fast, sondern tatsächlich mit Lichtgeschwindigkeit fliegen, würde die Zeit für ihn vollkommen stehen bleiben. Er könnte dann überhaupt nicht schießen, weil er gar keine Zeit hätte, den Pistolenabzug zu betätigen!

Zunächst scheint diese Argumentation etwas wacklig zu sein. Man könnte ja Münchhausen nicht ganz bis auf Lichtgeschwindigkeit, sondern vielleicht auf 10 m/s weniger beschleunigen. Sicher würde für ihn die Zeit auch dann noch quälend langsam vergehen, aber vielleicht könnte er es irgendwann doch schaffen, einen Schuss abzufeuern. Die Pistolenkugel würde dann rela-

tiv zu Münchhausen gewiss schneller als mit 10 m/s und damit insgesamt schneller als mit Lichtgeschwindigkeit fliegen. Leider klappt auch das nicht. Je schneller Münchhausen fliegt, desto schwerer wird es für ihn prinzipiell, irgend etwas auf eine höhere Geschwindigkeit zu beschleunigen als die, mit der er selbst fliegt. Das ist auch dann so, wenn es keinerlei Luftwiderstand gibt, zum Beispiel im Weltraum. Der Grund dafür liegt an der Art und Weise, in der Zeit, Länge und Geschwindigkeit in der Speziellen Relativitätstheorie miteinander zusammenhängen. Alles in der Relativitätstheorie ist nämlich darauf ausgerichtet, jeden Versuch, irgend etwas schneller als mit Lichtgeschwindigkeit zu bewegen, zu vereiteln. Da sich viele Effekte erst mit der Relativitätstheorie richtig beschreiben lassen, sind die meisten Physiker geneigt, ihr Grundpostulat zu akzeptieren: Eine schnellere Bewegung als mit Lichtgeschwindigkeit ist unmöglich.

Wie ist das aber mit der Aussage, dass sich Licht im Vakuum stets mit derselben Geschwindigkeit ausbreitet? Auch dieser Sachverhalt kann experimentell nachgeprüft werden und trifft – ganz unabhängig von der Frequenz des verwendeten Lichts – offenbar immer zu. Damit besteht aber zwischen Photonen und anderen Teilchen wie Elektronen oder Protonen ein ganz prinzipieller Unterschied. Die beiden Letzteren können sich schneller oder langsamer bewegen. Je schneller sie sich bewegen, desto höhere Energie haben sie. Allerdings kann ein Elektron niemals weniger Energie als seine Ruheenergie $E = mc^2$ haben. Nicht anders verhält es sich übrigens mit der Ruheenergie des Protons, die durch die Protonenmasse bestimmt ist. Ein Photon dagegen hat stets die Energie $E = h\nu$, die beliebig groß oder klein sein kann, ohne dass sich das auf seine Geschwindigkeit auswirken würde. Insbesondere gibt es keine untere Grenze für die Energie eines Photons, sodass seine Ruheenergie nur null sein kann. Wegen $E = mc^2$ folgt daraus, dass auch seine Masse gleich null sein muss. Dies ist der entscheidende Unterschied zwischen den Photonen und den meisten anderen Teilchen: Ein Photon hat keine Masse.

Auch wenn es für die weitere Diskussion keine Rolle spielt, sei am Rande erwähnt, dass das Licht nur im Vakuum die eben erwähnte, immer gleiche Geschwindigkeit hat. Passiert es einen durchsichtigen Stoff wie Wasser oder Glas, wird es verzögert: Licht wird beim Durchgang durch Wasser um den Faktor 1,33 und durch Glas um einen Faktor bis zu 2 verzögert. Noch stärker, um den Faktor 2,4, wird es in Diamant abgebremst. Dies sorgt zusammen mit seiner Reinheit für sein einzigartiges Funkeln.